

1 Zahlen

1.1 Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}_0 = \{ 0, 1, 2, \dots \}$ Menge der natürlichen Zahlen mit Null

$\mathbb{Z} = \{ \dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots \}$ Menge der ganzen Zahlen

$V_{12} = \{ 12; 24; 36; 48; \dots \}$ Menge der Vielfachen von 12

$T_{12} = \{ 1; 2; 3; 4; 6; 12 \}$ Menge der Teiler von 12

Eine Zahl, die **genau zwei** Teiler besitzt, heißt **Primzahl**.

$\{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 \dots \}$ Menge der Primzahlen

Jede Zahl lässt sich **eindeutig** in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.

$$\begin{array}{l|l} \text{Bsp.: } 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \end{array} \quad 20 = 2^2 \cdot 5$$



$\{ 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; \dots \}$ Menge der Quadratzahlen

$\{ 1; 10; 100; 1000; \dots \}$ Menge der Stufenzahlen

Eine Menge besteht aus **Elementen**. Bsp.: $12 \in V_{12}; 13 \notin V_{12}$.

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ heißt **Fakultät**.

Höchstens $7 \rightarrow x \leq 7$

Mindestens $3 \rightarrow x \geq 3$

1.2 Stellenwertsystem

Zahlen werden in einem **Stellenwertsystem** mit Hilfe von Ziffern dargestellt.

$$\text{Bsp.: } 235 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

Zahlenwörter für große Zahlen:

Jedes Zahlenwort beansprucht drei Stellen.

Tausender → Millionen → Milliarden → Billionen → Billiarden
→ Trillionen → Trilliarden → Quadrillionen → ...

*Bsp.: 120 000 000 003 000 000 000 000 einhundertzwanzig
Trilliarden drei Billionen*

Zehnerpotenzen

$$10^0 = 1; 10^1 = 10; 10^2 = 100; 10^3 = 1000; 10^4 = 10\,000; \dots$$

$$\text{Bsp.: } 25 \cdot 10^6 = 25\,000\,000$$

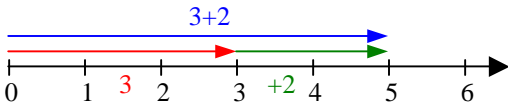
1.3 Runden

Steht nach der Stelle, auf die gerundet werden soll, die Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, wird abgerundet, sonst aufgerundet.

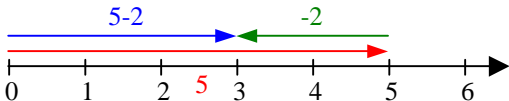
$$\text{Bsp.: } 13\,512 \approx 14\,000 \quad 13\,499 \approx 13\,000$$

1.4 Rechnen am Zahlenstrahl

Addition



Subtraktion



1.5 Rechnen mit Ganzen Zahlen

Der **Betrag** einer Zahl ist ihre Entfernung vom Nullpunkt.

Bsp.: $|3| = 3$; $|-3| = 3$

Zahlen, die den gleichen Betrag besitzen, aber verschiedene Vorzeichen haben, heißen **Gegenzahlen**.

Bsp.: -3 und 3 sind Gegenzahlen

$$3 + (+2) = 3 + 2 = 5;$$

$$3 + (-2) = 3 - 2 = 1;$$

$$3 - (+2) = 3 - 2 = 1;$$

$$3 - (-2) = 3 + 2 = 5;$$

$$-3 + (+2) = -3 + 2 = -1;$$

$$-3 + (-2) = -3 - 2 = -5;$$

$$-3 - (+2) = -3 - 2 = -5;$$

$$-3 - (-2) = -3 + 2 = -1;$$



Die Subtraktion ist die Addition der Gegenzahl.

Mult./Div: Gleiche Zeichen ergeben „+“, ungleiche „-“.

$$3 \cdot 2 = 6;$$

$$3 \cdot (-2) = -6;$$

$$-3 \cdot 2 = -6;$$

$$-3 \cdot (-2) = 6;$$

$$6 : 3 = 2;$$

$$6 : (-3) = -2;$$

$$-6 : 3 = -2;$$

$$-6 : (-3) = 2;$$

1.6 Termnamen

1. Summand + 2. Summand = Summe

Minuend – Subtrahend = Differenz

1. Faktor · 2. Faktor = Produkt
Dividend : Divisor = Quotient

1.7 Befehlssätze

Addiere 4 **zu** 5. $5+4$
 Subtrahiere 4 **von** 5. $5-4$
 Multipliziere 4 **mit** 5. $4\cdot 5$
 Dividiere 4 **durch** 2. $4:2$



1.8 Rechengesetze

Klammer zuerst, dann **Potenz**, dann **Punkt** vor **Strich**

Kommutativgesetz: $2+3 = 3+2$
 $2\cdot 3 = 3\cdot 2$

Assoziativgesetz: $(2+3)+4 = 2+(3+4)$
 $(2\cdot 3)\cdot 4 = 2\cdot(3\cdot 4)$

Distributivgesetz: $2\cdot(3+4) = 2\cdot 3+2\cdot 4$
 $2\cdot(3-4) = 2\cdot 3-2\cdot 4$
 $(3-4):2 = 3:2-4:2$

Potenzen: $3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 3^4$ 3 heißt **Basis**,
 4 heißt **Exponent**.



1.9 Größen

Eine Größe besteht aus einer **Maßzahl** und einer **Einheit**.

Bsp.: $4 \mu\text{m}$; $8,25 \text{ €}$; 3 mg ; $2\text{h}25\text{min}3\text{s}$

Größe	Länge	Masse	Zeit
Grundeinheit	m (Meter)	g (Gramm)	s (Sekunde)

Vorsätze von Einheiten:

Name	Zeichen	Bedeutung	Zehnerpotenz
Nano	n	Milliardstel	10^{-9}
Mikro	μ	Millionstel	10^{-6}
Milli	m	Tausendstel	10^{-3}
Zenti	c	Hundertstel	10^{-2}
Dezi	d	Zehntel	10^{-1}
Hekto	h	hundert	10^2
Kilo	k	tausend	10^3
Mega	M	Million	10^6
Giga	G	Milliarde	10^9

Bsp.: $30\,000\text{ m} = 30\text{ km}$

$4 \cdot 10^9\text{ Byte} = 4\text{ GByte}$

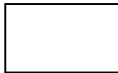
$5\text{ Tausendstel Gramm} = 5\text{ mg}$

$3\text{ Millionstel Meter} = 3\ \mu\text{m}$

2 Geometrie

2.1 Ebene Gebilde (2 Dimensionen)

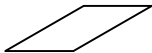
Ein Viereck mit 4 rechten Winkeln heißt **Rechteck**.



Ein Rechteck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Quadrat**.



Ein Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten parallel sind, heißt **Parallelogramm**.



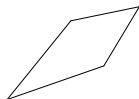
Ein Viereck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Raute** (Rhombus).



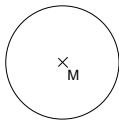
Ein Viereck, bei dem zwei Seiten parallel sind, heißt **Trapez**.



Ein Viereck, bei dem an zwei gegenüberliegenden Ecken jeweils zwei gleich lange Seiten anliegen, heißt **Drachenviereck**.



Alle Punkte der **Kreislinie** haben vom Mittelpunkt M die gleiche Entfernung.



2.2 Flächeninhalte

Umfang des Rechtecks $U_R = 2 \cdot (l + b)$

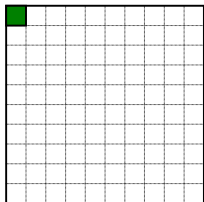
Flächeninhalt des Rechtecks $A_R = l \cdot b$



2.3 Flächeneinheiten:

$$\text{mm}^2 \rightarrow \text{cm}^2 \rightarrow \text{dm}^2 \rightarrow \text{m}^2 \rightarrow \text{a} \rightarrow \text{ha} \rightarrow \text{km}^2$$

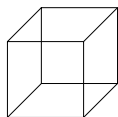
Die Umrechnungszahl ist immer **100**.



2.4 Körper

Körper sind **räumliche** Gebilde. (**3 Dimensionen**)

Körper, die nur ebene Begrenzungsflächen haben:

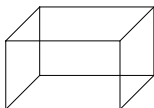


Würfel (Kubus)

6 gleiche quadratische Seiten

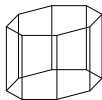
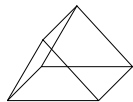
12 Kanten

8 Ecken



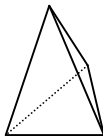
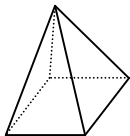
Quader

Gegenüberliegende Rechtecke sind gleich.



Prisma

Gleiche eckige Grund- und Deckfläche.



Pyramide

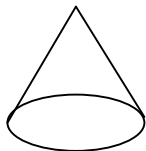
Eckige Grundfläche und Spitze

Körper, die ebene und gekrümmte Begrenzungsflächen haben:



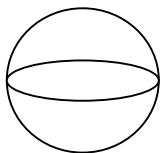
Zylinder

Gleiche kreisförmige Grund- und Deckfläche



Kegel

Kreisförmige Grundfläche und Spitze



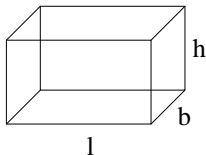
Körper, die nur gekrümmte Begrenzungsflächen haben:

Kugel

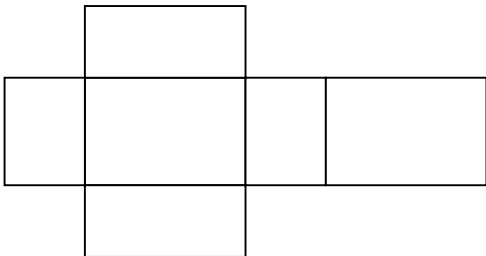
Alle Punkte der Oberfläche sind vom Mittelpunkt gleich weit entfernt.

2.5 Oberflächeninhalt des Quaders:

$O_Q = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h).$

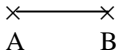


2.6 Netz des Quaders:



2.7 Punktmengen

Strecke \overline{AB} ist die Menge aller Punkte zwischen A und B einschließlich A und B.

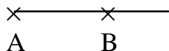


Länge der Strecke $|\overline{AB}|$ ist die Entfernung

von A nach B.

Halbgerade $[AB$

Gerade AB

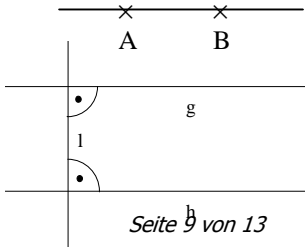


2.8 Parallele und Lot

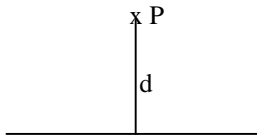
g ist **parallel** zu h: $g \parallel h$

g ist **senkrecht** zu l: $g \perp l$

g ist **Lot** zu l.



Der **Abstand d** eines Punktes P von einer Geraden ist die Länge der senkrechten Verbindungsstrecke.



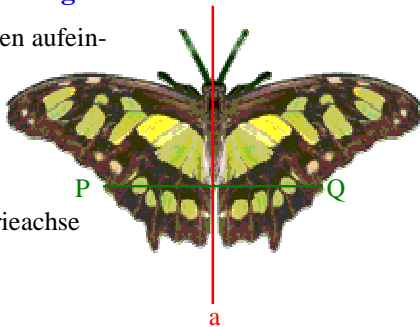
2.9 Achsensymmetrische Figuren

Figuren, die man durch Falten aufeinanderlegen kann, heißen **achsensymmetrisch**.

Die Faltgerade a heißt **Symmetrieachse**.

Q ist der **Bildpunkt** von P .

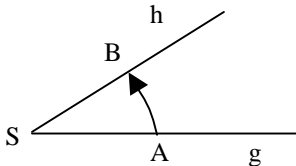
$[PQ]$ wird von der Symmetrieachse a senkrecht halbiert.



2.10 Der Winkel

Dreht man eine Halbgerade g um ihren Anfangspunkt S entgegen dem Uhrzeigersinn bis zur Halbgeraden h , so entsteht ein Winkel.

Bezeichnungen: $\sphericalangle(g, h)$
oder $\sphericalangle ASB$



Winkelarten:

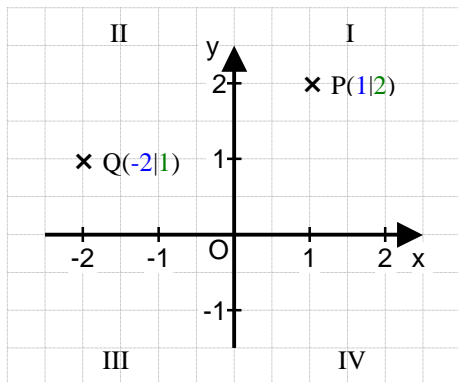
Gradzahl	Bezeichnung
$\alpha = 0^\circ$	Nullwinkel
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	spitzer Winkel
$\alpha = 90^\circ$	rechter Winkel
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	stumpfer Winkel
$\alpha = 180^\circ$	gestreckter Winkel
$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	überstumpfer Winkel
$\alpha = 360^\circ$	Vollwinkel

3 Funktionen

3.1 Koordinatensystem

Ein Koordinatensystem besteht aus zwei senkrechten Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Nullpunkt.

Die **x-Achse** heißt auch **Abszisse**, die **y-Achse** auch **Ordinate**.



Ein Punkt $P(x|y)$ ist durch seine **Koordinaten** festgelegt.

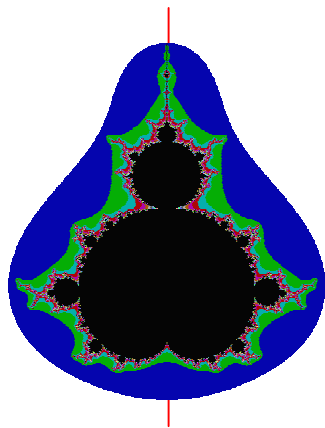
Die Ebene wird in vier **Quadranten** unterteilt.

3.2 Diagramm

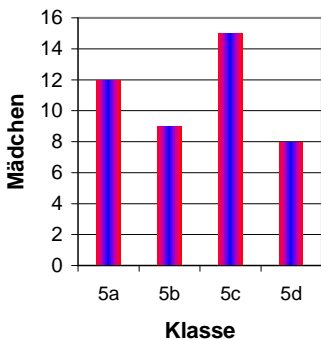
Zusammenhänge zwischen Größen können in einer **Tabelle** oder einem **Diagramm** dargestellt werden.

Tabelle

<i>Klasse</i>	<i>5a</i>	<i>5b</i>	<i>5c</i>	<i>5d</i>
Mädchen	12	9	15	8



Säulendiagramm



4 Stochastik

4.1 Zählprinzip

Veranschaulichung am

Baumdiagramm

Jeder **Pfad** durch den Baum steht für eine

Kombinationsmöglichkeit.

Hat die erste Verzweigung m Äste und die zweite n Äste, so gibt es $m \cdot n$

Kombinationsmöglichkeiten.

Bsp.: Für 3 T-Shirts und 2 Hosen gibt es $3 \cdot 2$

Kombinationsmöglichkeiten, nämlich: $T_1H_1, T_1H_2, T_2H_1, T_2H_2, T_3H_1, T_3H_2$.

