

# 1 Zahlen

## 1.1 Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, \dots \}$  Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}_0 = \{ 0, 1, 2, \dots \}$  Menge der natürlichen Zahlen mit Null

$\mathbb{Z} = \{ \dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots \}$  Menge der ganzen Zahlen

$V_{12} = \{ 12; 24; 36; 48; \dots \}$  Menge der Vielfachen von 12

$T_{12} = \{ 1; 2; 3; 4; 6; 12 \}$  Menge der Teiler von 12

Eine Zahl, die **genau zwei** Teiler besitzt, heißt **Primzahl**.

$\{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 \dots \}$  Menge der Primzahlen

Jede Zahl lässt sich **eindeutig** in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.

$$\begin{array}{l|l} \text{Bsp.: } 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \end{array} \quad 20 = 2^2 \cdot 5$$



$\{ 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; \dots \}$  Menge der Quadratzahlen

$\{ 1; 10; 100; 1000; \dots \}$  Menge der Stufenzahlen

Eine Menge besteht aus **Elementen**. Bsp.:  $12 \in V_{12}; 13 \notin V_{12}$ .

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$  heißt **Fakultät**.

**Höchstens**  $7 \rightarrow x \leq 7$       **Mindestens**  $3 \rightarrow x \geq 3$

## 1.2 Stellenwertsystem

Zahlen werden in einem **Stellenwertsystem** mit Hilfe von Ziffern dargestellt.

$$\text{Bsp.: } 235 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$$

Zahlenwörter für große Zahlen:

Jedes Zahlenwort beansprucht drei Stellen.

Tausender  $\rightarrow$  Millionen  $\rightarrow$  Milliarden  $\rightarrow$  Billionen  $\rightarrow$  Billiarden  
 $\rightarrow$  Trillionen  $\rightarrow$  Trilliarden  $\rightarrow$  Quadrillionen  $\rightarrow$  ...

*Bsp.: 120 000 000 003 000 000 000 000 einhundertzwanzig  
Trilliarden drei Billionen*

Zehnerpotenzen

$$10^0 = 1; \quad 10^1 = 10; \quad 10^2 = 100; \quad 10^3 = 1000; \quad 10^4 = 10\,000; \quad \dots$$

$$\text{Bsp.: } 25 \cdot 10^6 = 25\,000\,000$$

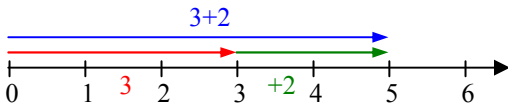
## 1.3 Runden

Steht nach der Stelle, auf die gerundet werden soll, die Ziffer 0, 1, 2, 3 oder 4, wird abgerundet, sonst aufgerundet.

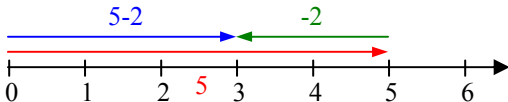
$$\text{Bsp.: } 13\,512 \approx 14\,000 \quad 13\,499 \approx 13\,000$$

## 1.4 Rechnen am Zahlenstrahl

Addition



Subtraktion



## 1.5 Rechnen mit Ganzen Zahlen

Der **Betrag** einer Zahl ist ihre Entfernung vom Nullpunkt.

Bsp.:  $|3| = 3$ ;  $|-3| = 3$

Zahlen, die den gleichen Betrag besitzen, aber verschiedene Vorzeichen haben, heißen **Gegenzahlen**.

Bsp.:  $-3$  und  $3$  sind Gegenzahlen

$$3 + (+2) = 3 + 2 = 5;$$

$$-3 + (+2) = -3 + 2 = -1;$$

$$3 + (-2) = 3 - 2 = 1;$$

$$-3 + (-2) = -3 - 2 = -5;$$

$$3 - (+2) = 3 - 2 = 1;$$

$$-3 - (+2) = -3 - 2 = -5;$$

$$3 - (-2) = 3 + 2 = 5;$$

$$-3 - (-2) = -3 + 2 = -1;$$



Die Subtraktion ist die Addition der Gegenzahl.

Mult./Div: Gleiche Zeichen ergeben „+“, ungleiche „-“.

$$3 \cdot 2 = 6;$$

$$6 : 3 = 2;$$

$$3 \cdot (-2) = -6;$$

$$6 : (-3) = -2;$$

$$-3 \cdot 2 = -6;$$

$$-6 : 3 = -2;$$

$$-3 \cdot (-2) = 6;$$

$$-6 : (-3) = 2;$$

## 1.6 Termnamen

**1. Summand + 2. Summand = Summe**

**Minuend – Subtrahend = Differenz**

1. Faktor  $\cdot$  2. Faktor = Produkt  
Dividend : Divisor = Quotient

## 1.7 Befehlsätze

Addiere 4 **zu** 5.  $5+4$   
Subtrahiere 4 **von** 5.  $5-4$   
Multipliziere 4 **mit** 5.  $4\cdot 5$   
Dividiere 4 **durch** 2.  $4:2$



## 1.8 Rechengesetze

**Klammer** zuerst, dann **Potenz**, dann **Punkt** vor **Strich**

**Kommutativgesetz:**  $2+3 = 3+2$   
 $2\cdot 3 = 3\cdot 2$

**Assoziativgesetz:**  $(2+3)+4 = 2+(3+4)$   
 $(2\cdot 3)\cdot 4 = 2\cdot(3\cdot 4)$

**Distributivgesetz:**  $2\cdot(3+4) = 2\cdot 3+2\cdot 4$   
 $2\cdot(3-4) = 2\cdot 3-2\cdot 4$   
 $(3-4):2 = 3:2-4:2$

**Potenzen:**  $3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 3^4$  3 heißt **Basis**,  
4 heißt **Exponent**.



## 1.9 Größen

Eine Größe besteht aus einer **Maßzahl** und einer **Einheit**.

Bsp.:  $4 \mu\text{m}$ ;  $8,25 \text{ €}$ ;  $3 \text{ mg}$ ;  $2\text{h}25\text{min}3\text{s}$

Größe	Länge	Masse	Zeit
Grundeinheit	m (Meter)	g (Gramm)	s (Sekunde)

**Vorsätze von Einheiten:**

Name	Zeichen	Bedeutung	Zehnerpotenz
Nano	n	Milliardstel	$10^{-9}$
Mikro	$\mu$	Millionstel	$10^{-6}$
Milli	m	Tausendstel	$10^{-3}$
Zenti	c	Hundertstel	$10^{-2}$
Dezi	d	Zehntel	$10^{-1}$
Hekto	h	hundert	$10^2$
Kilo	k	tausend	$10^3$
Mega	M	Million	$10^6$
Giga	G	Milliarde	$10^9$

Bsp.:  $30\,000\text{ m} = 30\text{ km}$

$4 \cdot 10^9\text{ Byte} = 4\text{ GByte}$

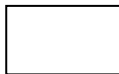
$5\text{ Tausendstel Gramm} = 5\text{ mg}$

$3\text{ Millionstel Meter} = 3\ \mu\text{m}$

## 2 Geometrie

### 2.1 Ebene Gebilde (2 Dimensionen)

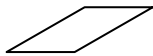
Ein Viereck mit 4 rechten Winkeln heißt **Rechteck**.



Ein Rechteck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Quadrat**.



Ein Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten parallel sind, heißt **Parallelogramm**.



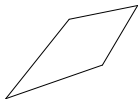
Ein Viereck mit 4 gleich langen Seiten heißt **Raute** (Rhombus).



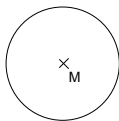
Ein Viereck, bei dem zwei Seiten parallel sind, heißt **Trapez**.



Ein Viereck, bei dem an zwei gegenüberliegenden Ecken jeweils zwei gleich lange Seiten anliegen, heißt **Drachenviereck**.



Alle Punkte der **Kreislinie** haben vom Mittelpunkt M die gleiche Entfernung.



## 2.2 Flächeninhalte

Umfang des Rechtecks  $U_R = 2 \cdot (l + b)$

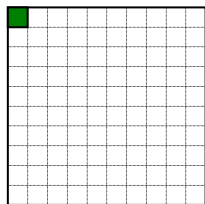
Flächeninhalt des Rechtecks  $A_R = l \cdot b$



### 2.3 Flächeneinheiten:

$$\text{mm}^2 \rightarrow \text{cm}^2 \rightarrow \text{dm}^2 \rightarrow \text{m}^2 \rightarrow \text{a} \rightarrow \text{ha} \rightarrow \text{km}^2$$

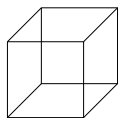
Die Umrechnungszahl ist immer **100**.



### 2.4 Körper

Körper sind **räumliche** Gebilde. (**3 Dimensionen**)

*Körper, die nur ebene Begrenzungsflächen haben:*

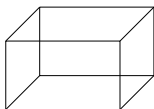


**Würfel** (Kubus)

6 gleiche quadratische Seiten

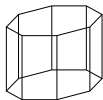
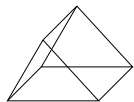
12 Kanten

8 Ecken



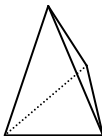
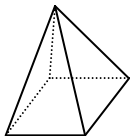
**Quader**

Gegenüberliegende Rechtecke sind gleich.



**Prisma**

Gleiche eckige Grund- und Deckfläche.



**Pyramide**

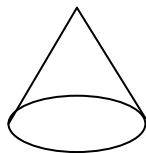
Eckige Grundfläche und Spitze

*Körper, die ebene und gekrümmte Begrenzungsflächen haben:*



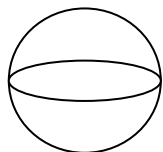
**Zylinder**

Gleiche kreisförmige Grund- und Deckfläche



**Kegel**

Kreisförmige Grundfläche und Spitze



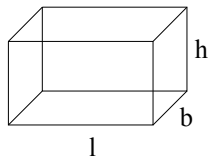
*Körper, die nur gekrümmte Begrenzungsflächen haben:*

**Kugel**

Alle Punkte der Oberfläche sind vom Mittelpunkt gleich weit entfernt.

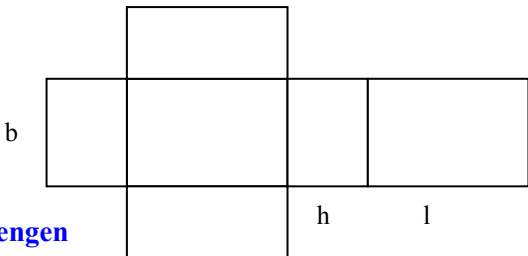
**2.5 Oberflächeninhalt des Quaders:**

$$O_Q = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h).$$



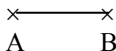


## 2.6 Netz des Quaders:



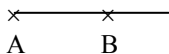
## 2.7 Punktmengen

Strecke  $[AB]$  ist die Menge aller Punkte zwischen A und B einschließlich A und B.

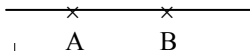


Länge der Strecke  $\overline{AB}$  ist die Entfernung von A nach B.

Halbgerade  $[AB$



Gerade AB

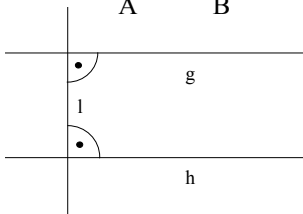


## 2.8 Parallele und Lot

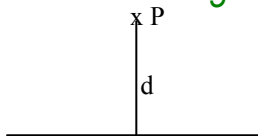
$g$  ist **parallel** zu  $h$ :  $g \parallel h$

$g$  ist **senkrecht** zu  $l$ :  $g \perp l$

$g$  ist **Lot** zu  $l$ .



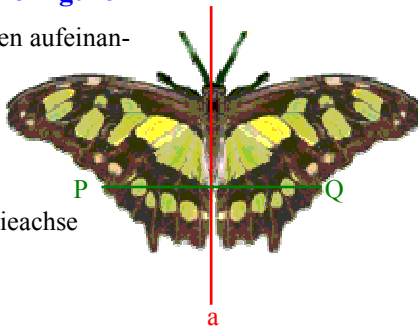
Der **Abstand**  $d$  eines Punktes  $P$  von einer Geraden ist die Länge der senkrechten Verbindungsstrecke.



### 2.9 Achsensymmetrische Figuren

Figuren, die man durch Falten aufeinanderlegen kann, heißen **achsensymmetrisch**. Die Fallgerade  $a$  heißt **Symmetrieachse**.

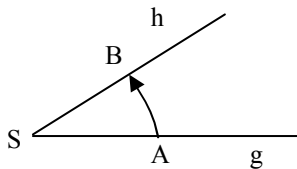
$Q$  ist der **Bildpunkt** von  $P$ .  $[PQ]$  wird von der Symmetrieachse  $a$  senkrecht halbiert.



### 2.10 Der Winkel

Dreht man eine Halbgerade  $g$  um ihren Anfangspunkt  $S$  entgegen dem Uhrzeigersinn bis zur Halbgeraden  $h$ , so entsteht ein Winkel.

**Bezeichnungen:**  $\sphericalangle(g, h)$   
oder  $\sphericalangle ASB$



Winkelarten:

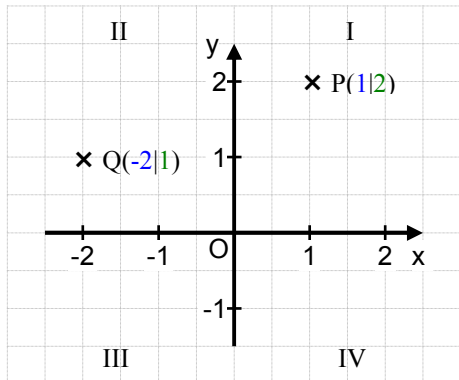
Gradzahl	Bezeichnung
$\alpha = 0^\circ$	Nullwinkel
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	spitzer Winkel
$\alpha = 90^\circ$	rechter Winkel
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	stumpfer Winkel
$\alpha = 180^\circ$	gestreckter Winkel
$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	überstumpfer Winkel
$\alpha = 360^\circ$	Vollwinkel

### 3 Funktionen

#### 3.1 Koordinatensystem

Ein Koordinatensystem besteht aus zwei senkrechten Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Nullpunkt.

Die **x-Achse** heißt auch **Abszisse**, die **y-Achse** auch **Ordinate**.



Ein Punkt  $P(x|y)$  ist durch seine **Koordinaten** festgelegt.

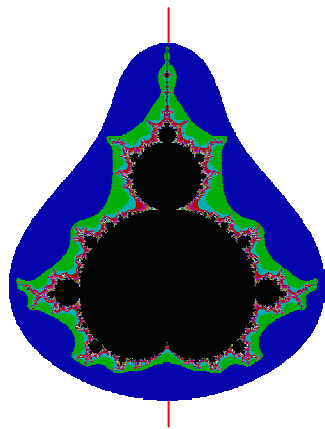
Die Ebene wird in vier **Quadranten** unterteilt.

### 3.2 Diagramm

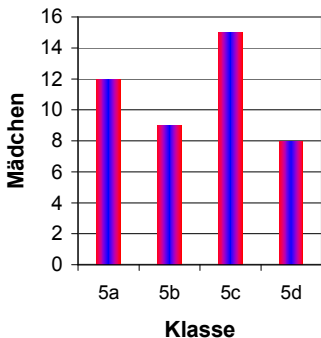
Zusammenhänge zwischen Größen können in einer **Tabelle** oder einem **Diagramm** dargestellt werden.

#### Tabelle

Klasse	5a	5b	5c	5d
Mädchen	12	9	15	8



#### Säulendiagramm



## 4 Stochastik

### 4.1 Zählprinzip

Veranschaulichung am  
**Baumdiagramm**

Jeder **Pfad** durch den Baum  
steht für eine Kombinations-  
möglichkeit.

Hat die erste Verzweigung m  
Äste und die zweite n Äste, so  
gibt es  $m \cdot n$  Kombinationsmög-  
lichkeiten.

*Bsp.: Für 3 T-Shirts und 2  
Hosen gibt es 3·2 Kombinati-  
onsmöglichkeiten, nämlich:  
 $T_1H_1$ ,  $T_1H_2$ ,  $T_2H_1$ ,  $T_2H_2$ ,  $T_3H_1$ ,  
 $T_3H_2$ .*

